

EXERCICE : TROISIEME

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) . on donne $A(1, -1)$; $B(-1, -2)$ et $C(-2, 2)$

1. Déterminer le couple de coordonnées du point G pour que $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
2. Déterminer le couple de coordonnées du point D pour que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
3. Démontré que \overrightarrow{BG} et \overrightarrow{BD} sont colinéaires. Justifier que les points B, G et D sont alignés.

Solution :

1- Soit (x, y) le couple de coordonnées de G . $\overrightarrow{GA} \begin{pmatrix} 1-x \\ -1-y \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{GB} \begin{pmatrix} -1-x \\ -2-y \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{GC} \begin{pmatrix} -2-x \\ 2-y \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Leftrightarrow 1-x + 2(-1-x) + (-2-x) = 0$$

$$\text{et } -1-y + 2(-2-y) + (2-y) = 0$$

$$\text{soit } -4x-3 = 0 \text{ et } -4y-3 = 0; \text{ donc :}$$

$$x = -\frac{3}{4} \text{ et } y = -\frac{3}{4}$$

2- Déterminons le couple de coordonnées du point D pour que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} a+1 \\ b+2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} a+1 = 2-1 \\ \text{et} \\ b+2 = 1+4 \end{cases} \text{ donc } \begin{cases} a = 0 \\ \text{et} \\ b = 3 \end{cases}$$

$$D(0,3)$$

3- Démontrons que \overrightarrow{BG} et \overrightarrow{BD} sont colinéaires.

$$\overrightarrow{BG} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{5}{4} \end{pmatrix}; \overrightarrow{BD} (1,5)$$

$$5 \times \frac{1}{4} - \frac{5}{4} \times 1 = 0 \text{ donc } \overrightarrow{BG} \text{ et } \overrightarrow{BD} \text{ sont colinéaires.}$$

Remarque : On pouvait aussi constater que $\overrightarrow{BG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}$ et conclure que \overrightarrow{BG} et \overrightarrow{BD} sont colinéaires. On en déduit que les points B, G et D sont alignés.